

2018 年高考真题理科数学全国卷 3 试题及参考答案

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给的四个选项中，只有一项符合）

1. 已知集合 $A = \{x | x - 1 \geq 0\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{0\}$ B. $\{1\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

答案 C

解析：由 A 得， $x \geq 1$ ，所以 $A \cap B = \{1, 2\}$

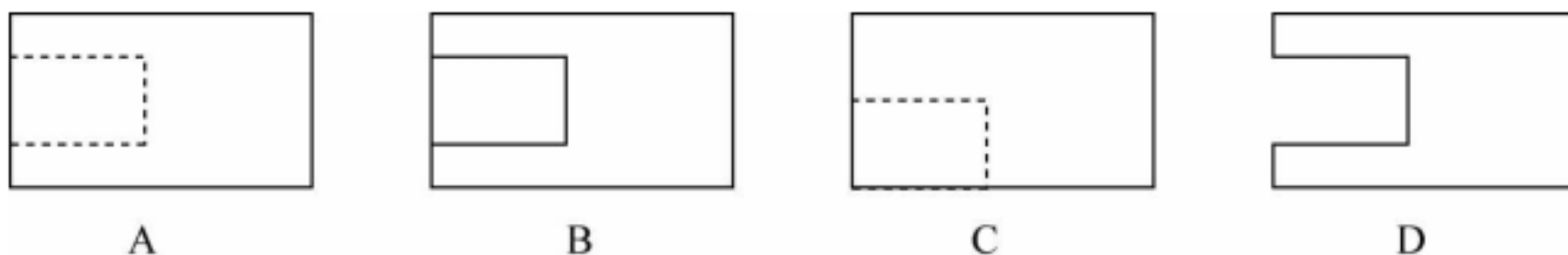
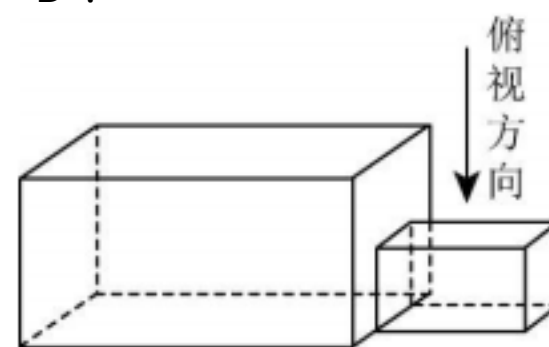
2. $(1+i)(2-i) =$ ()

- A. $-3-i$ B. $-3+i$ C. $3-i$ D. $3+i$

答案 D

解析：原式 $= 2 - i + 2i - i^2 = 2 + i + 1 = 3 + i$ ，故选 D

3. 中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来，构件的凸出部分叫榫头，凹进部分叫卯眼，图中木构件右边的小长方体是榫头．若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体，则咬合时带卯眼的木构件的俯视图可以是 ()



答案 A

4. 若 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\alpha =$ ()

- A. $\frac{8}{9}$ B. $\frac{7}{9}$ C. $-\frac{7}{9}$ D. $-\frac{8}{9}$

答案 B

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

解析：

5. $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^5$ 的展开式中 x^4 的系数为 ()

- A. 10 B. 20 C. 40 D. 80

答案 C

解析：由 $T_{r+1} = C_r^5 (x^2)^{5-r} \left(\frac{2}{x}\right)^r = C_r^5 x^{10-2r} \cdot 2^r \cdot x^{-r} = C_r^5 2^r \cdot x^{10-3r}$ 令 $10 - 3r = 4$ ，则 $r = 2$

所以 $C_5^r 2^r = C_5^2 2^2 = 40$

6. 直线 $x + y + 2 = 0$ 分别与 x 轴 y 交于 A, B 两点，点 P 在圆 $(x-2)^2 + y^2 = 2$ 上，则 $\triangle ABP$ 面积的取

值范围是 ()

- A . $[2, 6]$ B . $[4, 8]$ C . $[\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$ D . $[2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$

答案 A

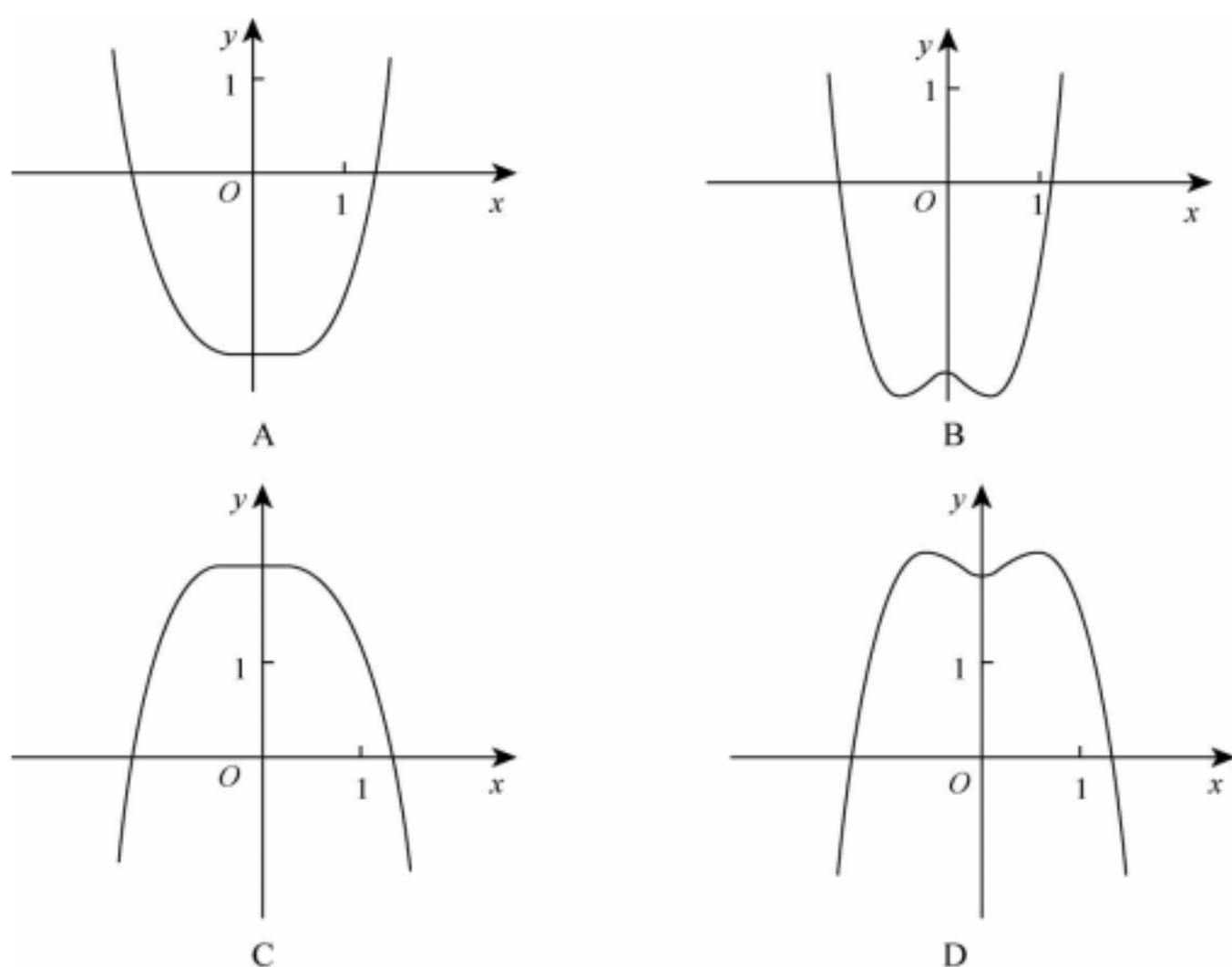
解析：因为直线 $x + y + 2 = 0$ 分别与 x 轴， y 轴交于 A ， B 两，点，所以

$A(-2, 0), B(0, -2), |AB| = 2\sqrt{2}$. 因为点 p 在圆 $(x-2)^2 + y^2 = 2$ 上，圆心为 $(2, 0)$ 设圆心到直线的距

离为 d_1 ，则 $d_1 = \frac{|2+0+2|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ ，故点 P 到直线 $x+y+2=0$ 的距离 d_2 的范围 $[\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$ ，则

$$S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} |AB| d_2 \in [2, 6]$$

7 . 函数 $y = -x^4 + x^2 + 2$ 的图像大致为 ()



答案 D

解析：当 $x = 0$ 时， $y = 2$ 排除 A、B

$$y' = -4x^3 + 2x = -2x(2x^2 - 1), x = 0.1 \text{ 时}, y' > 0 \text{ 故选 D}$$

8 . 某群体中的每位成品使用移动支付的概率都为 p ，各成员的支付方式相互独立，设 X 为该群体的 10 位成员中使用移动支付的人数， $DX = 2.4$ ， $P(X = 4) < P(X = 6)$ ，则 $p = ()$

- A . 0.7 B . 0.6 C . 0.4 D . 0.3

答案 B

解析： $DX = np(1-p)$, $p = 0.4$ 或者 $p = 0.6$

$$P(X = 4) = C_{10}^4 p^4 (1-p)^6 < P(X = 6) = C_{10}^6 p^6 (1-p)^4, \text{ 可知 } p > 0.5, \text{ 故选 B}$$

9. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{4}$, 则 $C =$ ()
- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

答案 C

解析：有三角形面积公式知：
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4}$$

由余玄定理得： $a^2 + b^2 - c^2 = 2ab \cos C, \therefore \sin C = \cos C$, 所以 $C = \frac{\pi}{4}$

10. 设 A, B, C, D 是同一个半径为 4 的球的球面上四点, $\triangle ABC$ 为等边三角形且其面积为 $9\sqrt{3}$, 则三棱锥 $D-ABC$ 体积的最大值为 ()

- A. $12\sqrt{3}$ B. $18\sqrt{3}$ C. $24\sqrt{3}$ D. $54\sqrt{3}$

11. 设 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左, 右焦点, O 是坐标原点. 过 F_2 作 C 的一条渐近线的垂线, 垂足为 P . 若 $|PF_1| = \sqrt{6}|OP|$, 则 C 的离心率为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

答案 C

解析：： $|PF_2| = b, |OF_2| = b, \therefore |PO| = a$

在 $Rt\triangle POF_2$ 中, $\cos \theta = \frac{|PF_2|}{|OF_2|} = \frac{b}{c}$

在 $Rt\triangle PF_1F_2$ 中, $\cos \theta = \frac{|PF_2|^2 + |F_1F_2|^2 - |PF_1|^2}{2|PF_2||F_1F_2|} = \frac{b}{c}$

$$\therefore \frac{b^2 + 4c^2 - (\sqrt{6}a)^2}{2b \cdot 2c} = \frac{b}{c} \Rightarrow b^2 + 4c^2 - 6a^2 = 4b^2 \Rightarrow 4c^2 - 6a^2 = 3c^2 - 3a^2$$

$$\Rightarrow c^2 = 3a^2 \Rightarrow e = \sqrt{3}$$

12. 设 $a = \log_{0.2} 0.3$, $b = \log_2 0.3$, 则 ()

- A. $a + b < ab < 0$ B. $ab < a + b < 0$
C. $a + b < 0 < ab$ D. $ab < 0 < a + b$

答案 B

解析：因为 $a = \log_{0.2} 0.3, b = \log_2 0.3$, $\therefore \frac{1}{a} = \log_{0.3} 0.2, \frac{1}{b} = \log_{0.3} 2$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \log_{0.3} 0.4, \therefore 0 < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < 1, \text{ 即 } 0 < \frac{a+b}{ab} < 1$$

又因为 $a > 0, b < 0, \therefore ab < 0$ 即 $ab < a+b < 0$ 故选 B

二、填空题 (本题共 4 小题 , 每小题 5 分 , 共 20 分)

13 . 已知向量 $a = (1, 2), b = (2, -2), c = (1, \lambda)$. 若 $c \perp (2a + b)$, 则 $\lambda =$ _____ .

答案 $\frac{1}{2}$

解析 : $2\vec{a} + \vec{b} = 2(1, 2) + (2, -2) = (4, 2)$ 又因为 $c \perp (2a + b)$, 故有 $4 \times \lambda - 2 \times 1 = 0, \therefore \lambda = \frac{1}{2}$

14 . 曲线 $y = (ax + 1)e^x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线的斜率为 -2 , 则 $a =$ _____ .

答案 $a = -3$

解析 : $y' = ae^x + (ax + 1)e^x$, 则 $f'(0) = a + 1 = -2, \Rightarrow a = -3$

15 . 函数 $f(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ 在 $[0, \pi]$ 的零点个数为 _____ .

答案 3 个

解析 : 因为 $x \in [0, \pi]$, $\therefore 0 \leq 3x \leq 3\pi, \frac{\pi}{6} \leq 3x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{19\pi}{6}$,

由图可知 $3x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ 得 $x = \frac{\pi}{9}$, $3x + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$ 得 $x = \frac{4\pi}{9}$, $3x + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{2}$ 得 $x = \frac{7\pi}{9}$,

16 . 已知点 $M(-1, 1)$ 和抛物线 $C: y^2 = 4x$, 过 C 的焦点且斜率为 k 的直线与 C 交于 A, B 两点 . 若

$\angle AMB = 90^\circ$, 则 $k =$ _____ .

答案 $k = 2$

解析 : 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, $\begin{cases} y_1^2 = 4x_1 \\ y_2^2 = 4x_2 \end{cases}$

$$\therefore y_1^2 - y_2^2 = 4(x_1 - x_2)$$

$$\therefore k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{4}{y_1 + y_2}$$

因为 $\angle AMB = 90^\circ$, 取 AB 中点 $M'(x_0, y_0)$ 分别过点 A, B 作准线 $x = -1$ 的垂线 , 垂足为 A', B'

$$\therefore |MM'| = \frac{1}{2} |AB| = \frac{1}{2} (|AF| + |BF|) = \frac{1}{2} (|AA'| + |BB'|)$$

又因为 M' 为 AB 的中点

则 MM' 平行于 x 轴

$$y_0 = 1$$

$$\therefore y_1 + y_2 = 2, k = 2$$

三、解答题（共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第 17~31 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。）

（一）必考题：共 60 分。

17 .(12 分)

等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1$, $a_2 = 4a_3$.

求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 . 若 $S_m = 63$, 求 m .

答案（ 1 ） $a_n = 2^{n-1}$ 或 $a_n = (-2)^{n-1}$ （ 2 ） $m = 6$

解析：（ 1 ）因为 $a_1 = 1, a_2 = 4a_3$

$$\therefore q^4 = 4q^2, q^2(q^2 - 4) = 0$$

$$\therefore q = \pm 2$$

$$\therefore a_n = 2^{n-1} \text{ 或 } a_n = (-2)^{n-1}$$

（ 2 ） 1. 当 $q = 2$ 时， $S_m = \frac{1(1 - 2^m)}{1 - 2} = 63$

$$\therefore 2^m = 64, \therefore m = 6$$

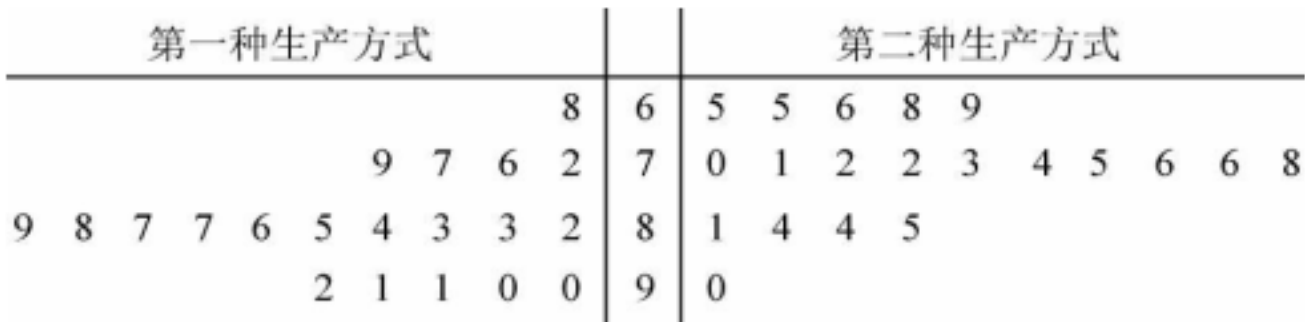
2. 当 $q = -2$ 时， $S_m = \frac{1[1 - (-2)^m]}{1 - (-2)} = 63$

$$\therefore (-2)^m = -188, \therefore m \text{ 无解}$$

综上所述： $m = 6$

18 .(12 分)

某工厂为提高生产效率，开展技术创新活动，提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式 . 为比较两种生产方式的效率，选取 40 名工人，将他们随机分成两组，每组 20 人，第一组工人用第一种生产方式，第二组工人用第二种生产方式 . 根据工人完成生产任务的工作时间（单位： min ）绘制了如下茎叶图：



根据茎叶图判断哪种生产方式的效率更高？并说明理由；

求 40 名工人完成生产任务所需时间的中位数 m , 并将完成生产任务所需时间超过 m 和不超过 m 的工人数填入下面的列联表：

	超过 m	不超过 m
--	--------	---------

第一种生产方式		
第二种生产方式		

根据 中的列表，能否有 99%的把握认为两种生产方式的效率有差异？

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $P(K^2 \geq k)$

0.050	0.010	0.001
3.841	6.635	10.828

答案（1）第二种生产方式的效率更高；

（2） $m=80$

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式	15	5
第二种生产方式	5	15

（3）有 99%的把握认为两种生产方式的效率有差异

解析：（1）第二种生产方式的效率更高，因为第二组多数数据集中在 70min-80min 之间，第一组多数数据集中在 80min-90min 之间，所以第一组完成任务的平均时间大于第二组，

$E_1 = \frac{\sum_{i=1}^{20} t_i}{20} = 84$, $E_2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} t_i}{20} = 74.7$, $\therefore E_1 > E_2$ 第二种生产方式的效率更高。

（2）中位数 $m = \frac{79+81}{2} = 80$

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式	15	5
第二种生产方式	5	15

（3） $K^2 = \frac{40 \times (225-25)^2}{20 \times 20 \times 20 \times 20} = 10 > 6.635$

所以有 99%的把握认为两种生产方式的效率有差异

19 . (12 分)

如图，边长为 2 的正方形 ABCD 所在平面与半圆弧 CD 所在平面垂直， M 是 CD 上异于 C , D 的点 .

证明：平面 AMD ⊥ 平面 BMC ；

当三棱锥 M -ABC 体积最大时，求面 MAB 与面 MCD 所成二面角的正弦值 .

解析：（1）证明：因为正方形 ABCD ⊥ 半平面 CMD

$\therefore AD \perp \text{半平面 CMD} , AD \perp \text{平面 CMD}$

因为 CM 在平面 CMD 上 , $\therefore AD \perp CM$ 又 $\therefore MD \perp CM$

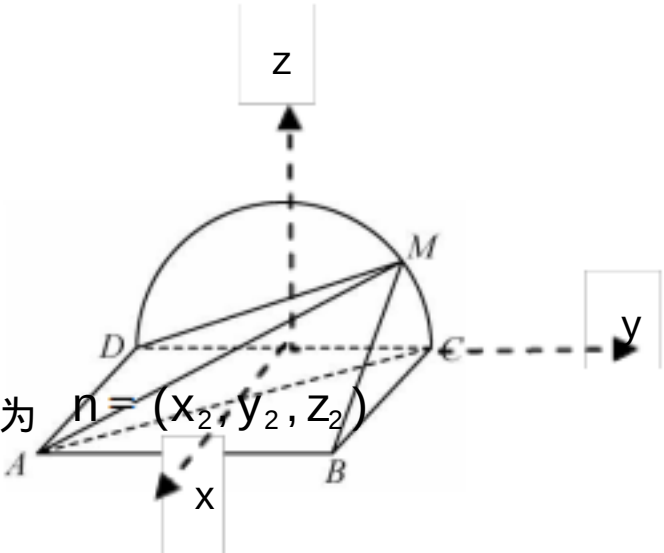
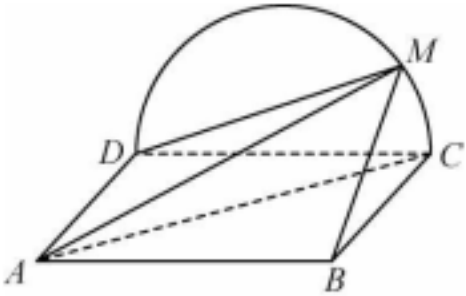
$\therefore CM \perp \text{平面 AMD}$,因为 CM 在平面 CMD 上 , $\therefore \text{平面 AMD} \perp \text{平面 BMC}$

（2）如图建立直角坐标系

因为 $S_{\triangle ABC}$ 恒定 , $\therefore MO \perp CD, V_{M-ABC}$ 最大

$M(0,0,1); A(2,-1,0); B(2,1,0); C(0,1,0); D(0,-1,0)$

设面 MAB 的法向量为 $\vec{m} = (x_1, y_1, z_1)$, 设面 MCD 的法向量为 $\vec{n} = (x_2, y_2, z_2)$



$$\overrightarrow{MA} = (2, -1, -1), \overrightarrow{MB} = (2, 1, -1), \overrightarrow{MC} = (0, 1, -1), \overrightarrow{MD} = (0, -1, -1)$$

$$\begin{cases} 2x_1 - y_1 - z_1 = 0 \\ 2x_2 + y_2 - z_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{m} = (1, 0, 2)$$

$$\text{同理 } \vec{n} = (1, 0, 0) \therefore \cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}, \therefore \sin \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

20 . (12 分)

已知斜率为 k 的直线 l 与椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 交于 A, B 两点 .

线段 AB 的中点为 $M(1, m) (m > 0)$.

证明 : $k < -\frac{1}{2}$;

设 F 为 C 的右焦点 , P 为 C 上一点 , 且 $\overrightarrow{FP} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = \vec{0}$. 证明 : $|\overrightarrow{FA}|, |\overrightarrow{FP}|, |\overrightarrow{FB}|$ 成等差数列 , 并求该数列的公差 .

解析 : (1) 解法一 : 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

$$\text{则 } \frac{x_1^2}{4} + \frac{y_1^2}{3} = 1 \dots\dots\dots$$

$$\frac{x_2^2}{4} + \frac{y_2^2}{3} = 1 \dots\dots\dots$$

$$\text{由 得 , } \frac{(x_1 + x_2)(x_1 - x_2)}{4} + \frac{(y_1 + y_2)(y_1 - y_2)}{3} = 0$$

$$\text{则 } \frac{(y_1 - y_2)}{(x_1 - x_2)} = -\frac{3(x_1 + x_2)}{4(y_1 + y_2)}$$

$$\text{其中 } x_1 + x_2 = 2, y_1 + y_2 = 2m$$

$$k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{3}{4m}$$

又因为点 $M(1, m)$ 为椭圆内的点 , 且 $m > 0$

$$\text{当 } x = 1 \text{ 时 , 椭圆上的点的纵坐标 } y = \pm \frac{3}{2}, \therefore m \in (0, \frac{3}{2})$$

$$k = -\frac{3}{4m} \in (-\infty, -\frac{1}{2}) \therefore k < -\frac{1}{2}$$

法二 : 设直线 l 方程为 $y = kx + t$

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

$$\begin{cases} y = kx + t \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases} \quad \text{联立消 } y \text{ 得 } (4k^2 + 3)x^2 + 8ktx + 4t^2 - 12 = 0$$

$$\text{则 } \Delta = 64k^2t^2 - 4(4t^2 - 12)(3 + 4k^2) > 0$$

$$\text{得 } 4k^2 + 3 > t^2 \dots\dots\dots$$

$$\text{且 } x_1 + x_2 = \frac{-8kt}{3 + 4k^2} = 2$$

$$y_1 + y_2 = k(x_1 + x_2) + 2t = \frac{6t}{3 + 4k^2} = 2m$$

$$\text{因为 } m > 0, \therefore t < 0, k < 0, \text{ 且 } t = \frac{3 + 4k^2}{-4k} \dots\dots\dots$$

$$\text{由 得 } 3 + 4k^2 = \left(\frac{3 + 4k^2}{-4k}\right)^2$$

$$\therefore k > \frac{1}{2} \text{ 或 } k < -\frac{1}{2}$$

$$\text{因为 } k < 0 \therefore k < -\frac{1}{2}$$

$$(2) \overrightarrow{FP} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = 0$$

$$\overrightarrow{FP} + \overrightarrow{FM} = 0$$

因为 $M(1, m) \therefore P$ 的坐标为 $(1, -2m)$

$$\text{由于 } P \text{ 在椭圆上, } \therefore \frac{1}{4} + \frac{4m^2}{3} = 1$$

$$\therefore m = \frac{3}{4} \quad \therefore k = -\frac{3}{4m} = -1$$

$$\text{直线 } l \text{ 方程为 } y - \frac{3}{4} = -(x - 1), \text{ 即 } y = -x + \frac{7}{4}$$

$$\therefore \begin{cases} y = -x + \frac{7}{4} \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases} \quad 28x^2 - 56x + 1 = 0 \quad x_1 + x_2 = 2, x_1x_2 = \frac{1}{28}$$

$$\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = 2a - \frac{c}{a}(x_1 + x_2) = 4 - 1 = 3$$

$$|\overrightarrow{FP}| = \sqrt{(-1)^2 + (-\frac{3}{2} - 0)^2} = \frac{3}{2}$$

$$|\overrightarrow{FA}| + |\overrightarrow{FB}| = 2|\overrightarrow{FP}|$$

$\therefore |\overrightarrow{FA}|, |\overrightarrow{FP}|, |\overrightarrow{FB}|$ 成等差数列

$$\begin{aligned} 2d &= |\overrightarrow{FA}| - |\overrightarrow{FB}| = |a - \frac{c}{a}x_1 - a + \frac{c}{a}x_2| = \pm \frac{c}{a} |x_1 - x_2| \\ &= \pm \frac{1}{2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = \pm \frac{3\sqrt{21}}{28} \end{aligned}$$

21. (12分)

已知函数 $f(x) = (2 + x + ax^2) \ln(1 + x) - 2x$.

若 $a = 0$, 证明: 当 $-1 < x < 0$ 时, $f(x) < 0$; 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$;

若 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的极大值点, 求 a .

解析 (1) $f'(x) = \ln(1+x) + \frac{2+x}{x+1} - 2 = \ln(1+x) + \frac{1}{x+1} - 1$, $f''(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2}$

令 $f''(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$, $x \geq 0$ 时, $f'(x)$ 递增, $-1 < x < 0$ 时, $f'(x)$ 递减

又当 $x = 0$ 时, $f'(x) = 0$, $\therefore f'(x) \geq 0$ 恒成立,

所以当 $-1 < x < 0$ 时, $f(x) < 0$; 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$

(2) $f'(x) = (2ax + 1) \ln(1+x) + \frac{2ax+1}{x+1} - 1$

$$f''(x) = 2a \ln(1+x) + \frac{2ax+1}{x+1} + \frac{2ax(x+1) - ax^2 - 1}{(x+1)^2} \leq 0$$

$$2a(x+1)^2 \ln(1+x) + (2ax+1)(x+1) + ax^2 + 2ax - 1 \leq 0$$

$$2a(x+1)^2 \ln(1+x) + 3ax^2 + 4ax + x \leq 0$$

$$a(2(x+1)^2 \ln(1+x) + 3x^2 + 4x) \leq -x$$

$$\text{设 } h(x) = 2(x+1)^2 \ln(1+x) + 3x^2 + 4x; h'(x) = 4(x+1) \ln(1+x) + 2(x+1) + 6x + 4$$

$$h'(0) = 6 > 0, h(0) = 0$$

所以在 $x = 0$ 的邻域内, $x > 0$ 时 $h(x) > 0$, $x < 0$ 时 $h(x) < 0$

$$x > 0 \text{ 时 } a \leq \frac{-x}{2(x+1)^2 \ln(1+x) + 3x^2 + 4x}, a \leq -\frac{1}{6},$$

$$x < 0 \text{ 时 } a \geq \frac{-x}{2(x+1)^2 \ln(1+x) + 3x^2 + 4x}, a \geq -\frac{1}{6},$$

$$\therefore a = -\frac{1}{6}$$

(二) 选考题：共 10 分，请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中， O 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数)，过点 $(0, -\sqrt{2})$ 且倾斜角为

α 的直线 l 与 O 交于 A, B 两点。

求 α 的取值范围；

求 AB 中点 P 的轨迹的参数方程。

解析：(1) 解：设直线 l 为 $y = kx - \sqrt{2}$

$$\text{由题意得直线 } l \text{ 与圆相交时 } d = \frac{|-\sqrt{2}|}{\sqrt{1+k^2}} < 1$$

$$\therefore k \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \text{ 又因为 } k = \tan \alpha$$

$$\therefore \alpha \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$$

(2) 设 A, B 两点的坐标为 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ， P 点的坐标为 (x_0, y_0)

$$\text{联立 } \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = \tan \alpha \cdot x - \sqrt{2} \end{cases}, \text{ 化解得 } (1 + \tan^2 \alpha)x^2 - 2\sqrt{2} \tan \alpha \cdot x + 2 = 0$$

$$\text{由韦达定理得 } x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{2\sqrt{2} \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}, y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\text{所以点 } P \text{ 的轨迹参数方程为 } \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2} \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \\ y = \frac{2\sqrt{2}}{1 + \tan^2 \alpha} \end{cases} \quad (\alpha \text{ 为参数}, \alpha \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right))$$

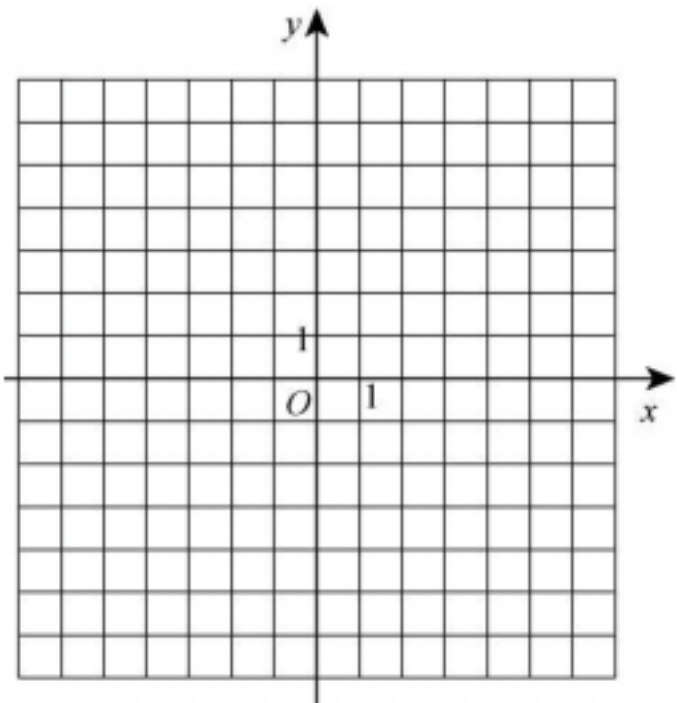
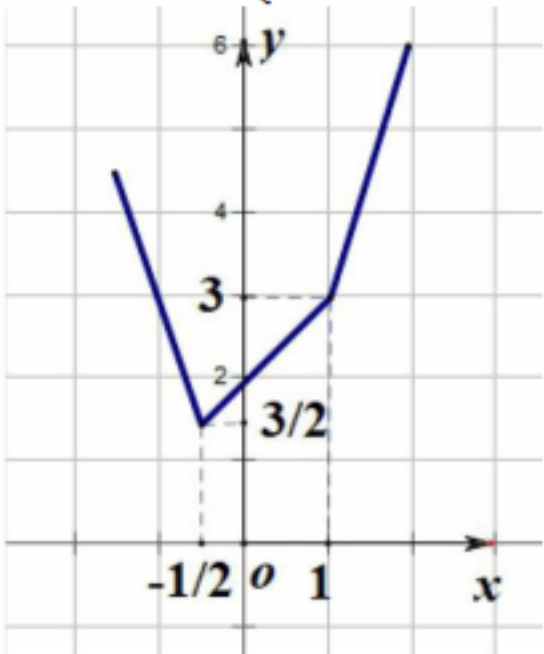
23. [选修 4—5：不等式选讲] (10 分)

设函数 $f(x)=|2x+1|+|x-1|$.

画出 $y=f(x)$ 的图像；

当 $x \in [0,+\infty)$, $f(x) \leq ax+b$, 求 $a+b$ 的最小值 .

解析：（1 $f(x)=\begin{cases} -3x, & x<-\frac{1}{2} \\ x+2, & -\frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ 3x, & x>1 \end{cases}$) 如右图



（2）由（1）中可得： $a \geq 3, b \geq 2$, 当 $a=3, b=2$ 时 , $a+b$ 取得最小值。

$\therefore a+b$ 的最小值为 5